



## Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Ivo Eduardo Zanin.  
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

### Matrizes Conjugadas e Conjugadas Transpostas

Veremos sobre duas operações matriciais: a **Conjugada** e a **Conjugada Transposta**.

#### Definição de Conjugada:

Seja  $A = [a_{rs}]$  uma matriz de ordem  $n \times m$ . A matriz *conjugada* de  $A$  é definida por:

$$\bar{A} = [\bar{a}_{rs}] = \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} & \dots & \bar{a}_{1m} \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & \dots & \bar{a}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{n1} & \bar{a}_{n2} & \dots & \bar{a}_{nm} \end{bmatrix}$$

**Nota:** Observe que a conjugada da matriz não altera a sua ordem, estamos fazendo uma alteração nos elementos da matriz, e não na disposição deles.

#### Definição de Transposta:

Seja  $A = [a_{rs}] \in C^{n \times m}$ . Transpondo cada linha de  $A$  para a posição de coluna, obtemos uma matriz de ordem  $m \times n$  chamada de *transposta* de  $A$  e denotada por  $A^T$ .

#### Definição de Conjugada Transposta:

Seja  $A = [a_{rs}] \in C^{n \times m}$  com entradas complexas.  $A^*$  é obtida de  $A$  tomando a transposta e então tomando o *conjugado complexo* de cada entrada, que é formalmente definido por:

$$(A^*)_{ij} = \overline{A_{ji}}$$

que também pode ser escrito como:

$$A^* = (\bar{A})^T = \overline{A^T}$$

# Matriz Conjugada e Conjugada Transposta no SageMath

- Para calcular a *matriz conjugada*, de  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ , devemos, primeiramente:

1.  $A = \text{matrix}(3, 3, [a, b, c, d, e, f, g, h, i])$ , onde os dois primeiros números dentro do parêntese representam a ordem da matriz, e as letras dentro das chaves são os elementos.
2. Depois, basta escrever `A.conjugate()`.

- Para calcular a *conjugada transposta*, de  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ , devemos, como anteriormente:

1. denotar a matriz  $A = \text{matrix}(3, 3, [a, b, c, d, e, f, g, h, i])$ .
2. E depois, basta escrever `A.conjugate_transpose()`.

## Exemplo

Calcule a *conjugada*, e então a *conjugada transposta* de  $A = \begin{bmatrix} 1 & i & -6 & -i \\ i & -1 & -i & 1 \\ -8 & -i & 2 & i \\ -i & 4 & i & -1 \end{bmatrix}$ .

### Conjugada

Type some Sage code below and press Evaluate.

```
1 A=matrix(4,4,[1,i,-6,-i,i,-1,-i,1,-8,-i,2,i,-i,4,i,-1])
2 show(A)
3 A.conjugate()
4 show(A.conjugate())
```

Evaluate

Language: Sage

Share

$$\begin{pmatrix} 1 & i & -6 & -i \\ i & -1 & -i & 1 \\ -8 & -i & 2 & i \\ -i & 4 & i & -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -i & -6 & i \\ -i & -1 & i & 1 \\ -8 & i & 2 & -i \\ i & 4 & -i & -1 \end{pmatrix}$$

www.sagemath.org

### Conjugada Transposta

Type some Sage code below and press Evaluate.

```
1 A=matrix(4,4,[1,i,-6,-i,i,-1,-i,1,-8,-i,2,i,-i,4,i,-1])
2 show(A)
3 A.conjugate_transpose()
4 show(A.conjugate_transpose())
```

Evaluate

Language: Sage

Share

$$\begin{pmatrix} 1 & i & -6 & -i \\ i & -1 & -i & 1 \\ -8 & -i & 2 & i \\ -i & 4 & i & -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -i & -8 & i \\ -i & -1 & i & 4 \\ -6 & i & 2 & -i \\ i & 1 & -i & -1 \end{pmatrix}$$

www.sagemath.org

## Referências

- [1] LAVIDMat, 11 - Matrizes: Conjugada e Conjugada Transposta - Álgebra Matricial. Disponível em: <https://youtu.be/KPu3D-MQIGY> Acesso em: 27 de setembro de 2021.
- [2] MathWithoutBorders, Introduction to Sage for Matrix Operations. Disponível em: <https://youtu.be/GKuYyuBVXoU> Acesso em: 27 de setembro de 2021.